

EXAMEN INTRA

Lundi 22 février 2021, de 8h30 à 11h30

ECN 6578A

ÉCONOMÉTRIE DES MARCHÉS FINANCIERS

HIVER 2021

Professeur : William MCCAUSLAND

Directives pédagogiques : Documentation **permise**, aucune communication entre étudiants n'est permise.

Pondération : Cet examen compte pour 35% de la note finale.

1. (10 points) Supposez que les rendements journaliers d'un actif sont stationnaires et suivent un modèle GARCH(1,1) gaussien avec $\alpha_0 = 4.2 \times 10^{-6}$, $\alpha_1 = 0.12$ et $\beta = 0.85$. Selon les données observées, $\sigma_t = 0.012$ et $r_t = -0.0070$.
 - (a) Quelle est la variance conditionnelle $\text{Var}[r_{t+1}|F_t]$? Montrez vos calculs.
 - (b) Quelle est la variance inconditionnelle $\text{Var}[r_t]$? Montrez vos calculs.
2. (20 points) Après 30 ans, le log-rendement d'un portefeuille d'actions est de $r_a = 2.1$ et le log-rendement d'un portefeuille d'obligations est de $r_o = 0.5$. Quel est le log-rendement annualisé d'un portefeuille qui comprend, au début des 30 ans, 1000\$ du portefeuille d'actions et 1000\$ du portefeuille d'obligations.
3. (20 points) L'asymétrie d'un échantillon de 2000 rendements est de -0.03 et l'aplatissement est de 5.45. Pour toutes les parties suivantes, l'hypothèse nulle H_0 est que les rendements sont iid gaussiens.
 - (a) Faites un test bilatéral de H_0 au niveau $\alpha = 0.05$ avec l'asymétrie comme statistique test.
 - (b) Faites un test unilatéral de H_0 au niveau $\alpha = 0.05$ avec l'aplatissement comme statistique test.
 - (c) Sous H_0 , quelle est la probabilité asymptotique d'au moins un rejet parmi les deux tests précédents?
 - (d) Faites un test de H_0 au niveau $\alpha = 0.05$ avec la statistique test Jarque-Bera.
4. (25 points) Considérez le modèle EGARCH(1,1) Gaussien :

$$r_t = \sigma_t \epsilon_t \quad \ln \sigma_t^2 = \alpha \ln \sigma_{t-1}^2 + (1 - \alpha)\alpha_0 + g(\epsilon_t) \quad \epsilon_t \sim N(0, 1),$$

où

$$g(\epsilon) = \theta\epsilon + \gamma(|\epsilon| - E[|\epsilon|]).$$

- (a) Pour quelles valeurs de paramètres le processus est-il stationnaire? Pour le reste de la question, supposez que le processus est stationnaire.
 - (b) Trouvez $E[\ln \sigma_t^2]$.
 - (c) Est-ce que $E[\sigma_t^2] \leq \exp(E[\ln \sigma_t^2])$ toujours? Expliquez.
 - (d) Pour quelles valeurs des paramètres le modèle capture-t-il un effet de levier? Expliquez.
 - (e) Quel est l'aplatissement conditionnel du processus? Est-ce que c'est réaliste?
5. (15 points) Considérez le processus suivant :

$$r_t = \frac{1}{2}r_{t-1} + a_t + \frac{1}{3}a_{t-1},$$

où a_t est un bruit blanc faible avec variance unitaire.

- (a) Identifiez le modèle.
 - (b) Quelle est la variance conditionnelle $\text{Var}[r_t|F_{t-1}]$?
 - (c) Quelle est la variance inconditionnelle $\text{Var}[r_t]$?
6. (10 points) On observe le nombre de transactions x_i effectuées dans un marché financier à chaque minute $i = 1, \dots, n$ pendant n minutes. Considérez un modèle où x_i est iid Poisson avec paramètre λ . Trouvez la fonction de vraisemblance.