

**EXAMEN INTRA**

Lundi 17 février 2020, de 9h à 11h45

ECN 6578A

**ÉCONOMÉTRIE DES MARCHÉS FINANCIERS**

HIVER 2020

Professeur : William MCCAUSLAND  
 Directives pédagogiques : Documentation **non permise**.  
 Calculatrice électronique non programmable **permise**.  
 Téléphone cellulaire et tout appareil électronique à mémoire **non permis**.  
 Pondération : Cet examen compte pour 40% de la note finale.

**... pour être certain que l'on ne vous soupçonnera pas de plagiat**, nous vous invitons à suivre les règles de conduite ci-dessous pendant les examens :

- Évitez de parler ;
- Si quelqu'un d'autre que le surveillant vous pose une question, même si ça ne concerne pas l'examen, évitez de répondre. La seule personne à laquelle les étudiants doivent s'adresser est le surveillant ;
- N'ayez en votre possession que le matériel autorisé ;
- Évitez d'emprunter des objets à votre voisin (calculatrice, ouvrage de référence, efface, mouchoir, etc.) ;
- Déposez en avant de la salle tous les effets personnels non permis pour l'examen ;
- Fermez votre téléphone cellulaire durant l'examen. En cas d'oubli de votre part, s'il sonne, vous ne pouvez y répondre ;
- Arrivez à l'heure ; aucune période supplémentaire ne sera allouée aux retardataires et le surveillant pourra même vous refuser l'accès à la salle d'examen. (Après une heure de retard, aucun étudiant ne sera admis dans la salle d'examen.) ;
- Aucune sortie n'est autorisée pendant la première heure. Ensuite, la durée d'une sortie ne doit pas dépasser cinq minutes. Aucune permission de sortie n'est accordée tant que l'étudiant précédent n'est pas de retour ;
- Ayez en main votre carte étudiante ou une pièce d'identité avec photo.

Nous vous rappelons qu'en vertu du Règlement disciplinaire sur le plagiat ou la fraude concernant les étudiants, le plagiat se solde souvent par la note «**F**», soit «échec», et peut même aller jusqu'à la suspension ou le renvoi de l'Université. C'est sérieux, pensez-y !

Attention ! Ce questionnaire est reproduit recto verso

1. (10 points) Le prix d'un actif change de 15.75 \$ à 14.95 \$ pendant une période de 4 mois. Donnez le log rendement et le rendement net simple pour la période. Donnez le log rendement annualisé et le rendement net simple annualisé.
2. (10 points) Pour une série temporelle  $r_t$  de log rendements journaliers, quelqu'un calcule la fonction d'auto-corrélation de  $r_t$  et la fonction d'autocorrélation de  $|r_t|$ . Quelles propriétés qualitatives vous attendez-vous de ses deux fonctions ?
3. (10 points) Quelle est la différence essentielle entre un modèle de volatilité stochastique et un modèle du type GARCH ? Pour quel modèle une estimation maximum de vraisemblance est plus facile à calculer et pourquoi ?
4. (10 points) Décrivez un modèle AR(2). En supposons que le processus est stationnaire, donnez une expression pour les autocovariances  $\gamma_k$ ,  $k = 2, 3, \dots$  en termes des autocovariances de moins grandes ordres.
5. (10 points) Il y a deux actifs, 1 et 2, avec rendements futures  $R_1$  et  $R_2$ . Soit  $R = (R_1, R_2)^\top$ . Une annonce aléatoire  $X$  sera favorable au rendement de l'actif 1 ( $X = 1$ ) avec probabilité 1/2 et favorable au rendement de l'actif 2 ( $X = 2$ ) avec probabilité 1/2. Si l'annonce n'est pas favorable, elle est défavorable. La moyenne conditionnelle de  $R$  sachant  $X$  est donnée par

$$E[R|X] = \begin{bmatrix} a \\ -a \end{bmatrix} \text{ si } X = 1 \text{ et } E[R|X] = \begin{bmatrix} -a \\ a \end{bmatrix} \text{ si } X = 2.$$

La variance conditionnelle ne dépend pas de  $X$  et est donnée par

$$\text{Var}[R|X] = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 \end{bmatrix}.$$

- (a) Donnez  $\text{Cov}[R_1, R_2|X]$  pour  $X = 1$  et pour  $X = 2$ .
- (b) Donnez  $\text{Cov}[R_1, R_2]$ .

6. (30 points) Considérez le modèle EGARCH(1,1) Gaussien :

$$r_t = \sigma_t \epsilon_t \quad \ln \sigma_t^2 = \alpha \ln \sigma_{t-1}^2 + (1 - \alpha)\alpha_0 + g(\epsilon_t) \quad \epsilon_t \sim N(0, 1),$$

où

$$g(\epsilon) = \theta\epsilon + \gamma(|\epsilon| - E[|\epsilon|]).$$

- (a) Pour quelles valeurs de paramètres le processus est-il stationnaire ? Pour le reste de la question, supposez que le processus est stationnaire.
  - (b) Trouvez  $E[\ln \sigma_t^2]$ .
  - (c) Est-ce que  $E[\sigma_t^2] \leq \exp(E[\ln \sigma_t^2])$  toujours ? Expliquez.
  - (d) Décrivez l'effet de levier. Pour quelles valeurs des paramètres le modèle capture-t-il un effet de levier ?
  - (e) Comment l'aplatissement (kurtosis) conditionnel du processus se compare-t-il à l'aplatissement d'une loi Gaussienne ? Est-ce que c'est réaliste ?
  - (f) Comment l'aplatissement inconditionnel du processus se compare-t-il à l'aplatissement d'une loi Gaussienne ? Est-ce que c'est réaliste ?
7. (20 points) Considérez un modèle où la durée  $d_i$  entre deux transactions consécutives suit une loi exponentielle avec paramètre  $\lambda$  et que les durées sont indépendantes.  $E[d_i|\lambda] = 1/\lambda$ . Supposez que vous avez choisi une loi *a priori* Gamma, avec paramètres  $\alpha$  et  $\beta$ , pour le paramètre inconnu  $\lambda$ . La moyenne *a priori* de  $\lambda$  est de  $\alpha/\beta$ . Pendant une heure, on observe l'heure de  $n + 1$  transactions, et on calcule les durées  $d_1, \dots, d_n$  entre elles. Quelle est la densité *a posteriori* de  $\lambda$  et quelle est sa moyenne *a posteriori* ?

$$f(\lambda) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \lambda^{\alpha-1} e^{-\beta\lambda}, \quad f(d_i|\lambda) = \lambda e^{-\lambda d_i}.$$