Université de Montréal

Faculté des arts et des sciences
Département de sciences économiques

EXAMEN INTRA

Lundi 17 février 2020, de 9h à 11h45

ECN 6578A **ÉCONOMÉTRIE DES MARCHÉS FINANCIERS** HIVER 2020

Professeur :	William MCCAUSLAND
Directives pédagogiques :	Documentation **non permise**.
	Calculatrice électronique non programmable **permise**.
	Téléphone cellulaire et tout appareil éléctronique à mémoire **non permis**.
Pondération :	Cet examen compte pour 40% de la note finale.

Attention ! Ce questionnaire est reproduit recto verso

1. (10 points) Le prix d'un actif change de 15.75 \$ à 14.95 \$ pendant une période de 4 mois. Donnez le log rendement et le rendement net simple pour la période. Donnez le log rendement annualisé et le rendement net simple annualisé.
2. (10 points) Pour une série temporelle r_t de log rendements journaliers, quelqu'un calcule la fonction d'autocorrélation de r_t et la fonction d'autocorrélation de $|r_t|$. Quelles propriétés qualitatives vous attendez-vous de ses deux fonctions ?
3. (10 points) Quelle est la différence essentielle entre un modèle de volatilité stochastique et un modèle du type GARCH ? Pour quel modèle une estimation maximum de vraisemblance est plus facile à calculer et pourquoi ?
4. (10 points) Décrivez un modèle AR(2). En supposons que le processus est stationnaire, donnez une expression pour les autocovariances γ_k, $k = 2, 3, \ldots$ en termes des autocovariances de moins grandes ordres.
5. (10 points) Il y a deux actifs, 1 et 2, avec rendements futures R_1 et R_2. Soit $R = (R_1, R_2)^\top$. Une annonce aléatoire X sera favorable au rendement de l'actif 1 ($X = 1$) avec probabilité 1/2 et favorable au rendement de l'actif 2 ($X = 2$) avec probabilité 1/2. Si l'annonce n'est pas favorable, elle est défavorable. La moyenne conditionelle de R sachant X est donnée par

$$E[R|X] = \begin{bmatrix} a \\ -a \end{bmatrix} \text{ si } X = 1 \text{ et } E[R|X] = \begin{bmatrix} -a \\ a \end{bmatrix} \text{ si } X = 2.$$

La variance conditionelle ne dépend pas de X et est donnée par

$$\mathrm{Var}[R|X] = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 \end{bmatrix}.$$

   (a) Donnez $\mathrm{Cov}[R_1, R_2|X]$ pour $X = 1$ et pour $X = 2$.
   (b) Donnez $\mathrm{Cov}[R_1, R_2]$.

6. (30 points) Considérez le modèle EGARCH(1,1) Gaussien :

$$r_t = \sigma_t \epsilon_t \quad \ln \sigma_t^2 = \alpha \ln \sigma_{t-1}^2 + (1-\alpha)\alpha_0 + g(\epsilon_t) \quad \epsilon_t \sim N(0,1),$$

où

$$g(\epsilon) = \theta\epsilon + \gamma(|\epsilon| - E[|\epsilon|]).$$

(a) Pour quelles valeurs de paramètres le processus est-il stationnaire ? Pour le reste de la question, supposez que le processus est stationnaire.

(b) Trouvez $E[\ln \sigma_t^2]$.

(c) Est-ce que $E[\sigma_t^2] \leq \exp(E[\ln \sigma_t^2])$ toujours ? Expliquez.

(d) Décrivez l'effet de levier. Pour quelles valeurs des paramètres le modèle capture-t-il un effet de levier ?

(e) Comment l'aplatissement (kurtosis) conditionnel du processus se compare-t-il à l'aplatissement d'une loi Gaussienne ? Est-ce que c'est réaliste ?

(f) Comment l'aplatissement inconditionnel du processus se compare-t-il à l'aplatissement d'une loi Gaussienne ? Est-ce que c'est réaliste ?

7. (20 points) Considérez un modèle où la durée d_i entre deux transactions consécutives suit une loi exponentielle avec paramètre λ et que les durées sont indépendantes. $E[d_i|\lambda] = 1/\lambda$. Supposez que vous avez choisi une loi *a priori* Gamma, avec paramètres α et β, pour le paramètre inconnu λ. La moyenne *a priori* de λ est de α/β. Pendant une heure, on observe l'heure de $n+1$ transactions, et on calcule les durées $d_1, \ldots, d_n$ entre elles. Quelle est la densité *a posteriori* de λ et quelle est sa moyenne *a posteriori* ?

$$f(\lambda) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \lambda^{\alpha-1} e^{-\beta\lambda}, \quad f(d_i|\lambda) = \lambda e^{-\lambda d_i}.$$