

EXAMEN INTRA

Lundi 18 février, 2019, de 9h à 11h45

ECN 6578A

ÉCONOMÉTRIE DES MARCHÉS FINANCIERS

HIVER 2019

Professeur : William MCCAUSLAND
 Directives pédagogiques : Documentation **non permise**.
 Calculatrice électronique non programmable **permise**.
 Téléphone cellulaire et tout appareil électronique à mémoire **non permis**.
 Identifiez chacune des feuilles de votre questionnaire.
 Utilisez le verso des feuilles comme brouillon (elles ne seront pas lues par le correcteur).
 Pondération : Cet examen compte pour 40% de la note finale.

... pour être certain que l'on ne vous soupçonnera pas de plagiat, nous vous invitons à suivre les règles de conduite ci-dessous pendant les examens :

- Évitez de parler ;
- Si quelqu'un d'autre que le surveillant vous pose une question, même si ça ne concerne pas l'examen, évitez de répondre. La seule personne à laquelle les étudiants doivent s'adresser est le surveillant ;
- N'ayez en votre possession que le matériel autorisé ;
- Évitez d'emprunter des objets à votre voisin (calculatrice, ouvrage de référence, efface, mouchoir, etc.) ;
- Déposez en avant de la salle tous les effets personnels non permis pour l'examen ;
- Fermez votre téléphone cellulaire, téléavertisseur, radio portative et baladeur durant l'examen. En cas d'oubli de votre part, s'ils sonnent, vous ne pouvez y répondre ;
- Arrivez à l'heure ; aucune période supplémentaire ne sera allouée aux retardataires et le surveillant pourra même vous refuser l'accès à la salle d'examen. (Après une heure de retard, aucun étudiant ne sera admis dans la salle d'examen.) ;
- Aucune sortie n'est autorisée pendant la première heure. Ensuite, la durée d'une sortie ne doit pas dépasser cinq minutes. Aucune permission de sortie n'est accordée tant que l'étudiant précédent n'est pas de retour ;
- Ayez en main votre carte étudiante ou une pièce d'identité avec photo.

Nous vous rappelons qu'en vertu du Règlement disciplinaire sur le plagiat ou la fraude concernant les étudiants, le plagiat se solde souvent par la note «**F**», soit «échec», et peut même aller jusqu'à la suspension ou le renvoi de l'Université. C'est sérieux, pensez-y !

1. (10 points) Considérez un mélange de deux lois gaussiennes où le premier composant, avec probabilité $2/3$, est $N(0, 1)$ et le deuxième composant, avec probabilité $1/3$, est $N(1/2, 1)$. Trouvez la moyenne et la variance.
2. (10 points) Il y a deux actifs, avec rendements R_1 et R_2 . Soit $R = (R_1, R_2)$. Mettons que

$$R \sim N \left(\begin{bmatrix} 0.05 \\ 0.03 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.04 & 0.01 \\ 0.01 & 0.01 \end{bmatrix} \right).$$

Si on place 2000\$ en actif 1 et 6000\$ en actif 2, quelle est la loi du rendement du portefeuille ?

3. (10 points) Le prix d'un actif change de 195.75 \$ à 200.125 \$ pendant une période de 15 mois. Donnez le log rendement et le rendement net simple pour la période. Donnez le log rendement annualisé et le rendement net simple annualisé.
4. (10 points) Nommez deux faits empiriques des rendements financiers qui sont bien capturés par un modèle GARCH(1,1) gaussien et deux autres qui ne le sont pas.
5. (20 points) Considérez le modèle suivant, où ϵ_t est un bruit blanc :

$$r_t = 1.3r_{t-1} - 0.4r_{t-2} + \epsilon_t.$$

- (a) Nommez le modèle et son ordre.
- (b) Montrez qu'une des deux racines du polynôme caractéristique est 2 et trouvez l'autre. Est-ce que le processus peut être stationnaire? Pourquoi ou pourquoi pas ?
- (c) Trouvez les valeurs ψ_1 et ψ_2 dans l'expansion MA du processus :

$$r_t = \epsilon_t + \psi_1\epsilon_{t-1} + \psi_2\epsilon_{t-2} + \dots$$

- (d) Trouvez la fonction d'autocorrélation.

6. (15 points) Considérez un modèle où le nombre c_i de transactions pendant l'heure i , $i = 1, \dots, n$, suit une loi Poisson avec moyenne λ et que les nombres de transactions sont indépendants d'heure en heure. Supposez que vous avez choisi une loi *a priori* Gamma, avec paramètres α et β , pour le paramètre inconnu λ . La moyenne *a priori* de λ est α/β . Après n heures on observe $c = \sum_{i=1}^n c_i$ transactions. Quelle est la densité *a posteriori* de λ et quelle est sa moyenne *a posteriori*?

$$f(\lambda) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \lambda^{\alpha-1} e^{-\beta\lambda}, \quad f(c_i|\lambda) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^{c_i}}{c_i!}.$$

7. (5 points) Donnez un avantage du modèle EGARCH par rapport au modèle GARCH ordinaire.
 8. (20 points) Voici la définition d'un modèle AR(1)-GARCH(1,1) :

$$r_t = \mu_t + a_t, \quad a_t = \sigma_t \epsilon_t, \quad \mu_t = \phi_0 + \phi_1 r_{t-1}, \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2, \quad \epsilon_t \sim \text{iid}(0, 1).$$

- (a) Quelles sont la moyenne conditionnelle $E[r_t|F_{t-1}]$ et la variance conditionnelle $\text{Var}[r_t|F_{t-1}]$?
 (b) Quelles sont la moyenne inconditionnelle $E[r_t]$ et la variance inconditionnelle $\text{Var}[r_t]$?
 (c) Donnez la prévision à T de r_{T+2} qui minimise la perte quadratique. Quelle est l'erreur de la prévision et la variance de ladite erreur ?