Université de Montréal

Faculté des arts et des sciences
Département de sciences économiques

EXAMEN FINAL

Lundi 20 avril 2020, de 9h à 14h

ECN 6578A — **ÉCONOMÉTRIE DES MARCHÉS FINANCIERS** — HIVER 2020

Professeur :	William MCCAUSLAND
Directives pédagogiques :	Documentation **permise**, aucune communication entres étudiants n'est permise.
Pondération :	Cet examen compte pour 40% de la note finale.

1. (15 points) Obligations. Considérez le tableau suivant des prix P_{nt} d'obligation.

$n\backslash t$	0	1	2
1	0.990	0.985	0.990
2	0.980	0.975	
3	0.960		

   (a) (5 points) Trouvez les valeurs de Y_{20} et y_{20}.

   (b) (5 points) Trouvez la valeur du rendement "holding period" R_{31}. À quelle période est-il observé ?

   (c) (5 points) Trouvez la valeur du cours à terme F_{20}. À quelle période est-il observé ?

2. (10 points) Valeurs extrêmes.

   (a) (5 points) Supposez que les rendements journaliers d'un actif suivent un modèle GARCH(1,1) gaussien avec $\alpha_0 = 4.2 \times 10^{-6}$, $\alpha_1 = 0.12$, $\beta_1 = 0.85$. La moyenne conditionnelle est $\mu_t = 0$. Selon les données observées, $\sigma_n = 0.012$ et $r_n = -0.0070$. Quelle est la valeur à risque pendant une période d'un jour d'un montant de cet actif qui vaut 10000 dollars à $t = n$? Utilisez $p = 0.01$. $\Phi^{-1}(0.01) \approx -2.326$, où Φ est la fonction de répartition de la loi gaussienne standard.

   (b) (5 points) Maintenant supposons que les valeurs ci-haut sont estimées à partir des vraies données, où r_n est la dernière valeur observée. L'absence d'un effet de levier (dans le modèle) contribue à la surestimation ou à la sous-estimation de la valeur à risque ? La loi gaussienne (du modèle) contribue à la surestimation ou à la sous-estimation de la valeur à risque ? Expliquez brièvement vos résponses.

3. (20 points) L'analyse moyenne-variance et le modèle CAPM.

   (a) (15 points) Considérez le problème de minimisation sous contrainte des équations (5.2.1), (5.2.1) et (5.2.3) dans le livre CLM. Dérivez le vecteur de poids ω_g du portefeuille minimum-variance global, équation (5.2.10). Vous pouvez utiliser le résultat que $\omega_p = g + h\mu_p$ (l'équation (5.2.6)) est la solution unique du problème, ainsi que les définitions de g et h.

   (b) (5 points) Pourquoi, selon le modèle CAPM, le portefeuille agrégé se trouve sur la frontière minimum variance ?

4. (25 points) Les rendements de haute fréquence.
   (a) (10 points) Considérez un mélange de deux lois exponentielles, avec densité

$$f(t) = \pi\lambda_1 \exp(-\lambda_1 t) + (1-\pi)\lambda_2 \exp(-\lambda_2 t),$$

   où $0 < \pi < 1$ et $\lambda_2 > \lambda_1$. Soit $h(t)$ le taux d'incidence pour le mélange.
      i. Trouvez $h(0)$.
      ii. Trouvez $\lim_{t\to\infty} h(t)$.
   (b) (15 points) Dans le modèle de rebond acheteur/vendeur (bid-ask bounce), supposez que les prix sont légérement corrélés. Spécifiquement, $\Pr[P_t = P_a | P_{t-1} = P_a] = 0.6$ et $\Pr[P_t = P_s | P_{t-1} = P_s] = 0.6$. (Les probabilités marginales sont toujours $\Pr[P_t = P_a] = \Pr[P_t = P_s] = 1/2$.) Trouvez $E[\Delta P_t]$ et $\mathrm{Cov}[\Delta P_t, \Delta P_{t-1}]$. Est-ce que l'autocorrélation positive augmente ou diminue l'autocovariance trompeuse entre ΔP_t et ΔP_{t-1} ?
5. (30 points) Facteurs d'actualisation stochastiques et les modèles du type CCAPM.
   (a) (10 points) Considérez l'environment de la page 295 de Campbell, Lo and MacKinlay (CLM). Supposez qu'il y a trois actifs et trois états. La matrice des paiements X, le vecteur des prix d'états p et le vecteur des probabilités des trois états sont

$$X = \begin{bmatrix} 500 & 700 & 0 \\ 500 & 800 & 500 \\ 500 & 900 & 500 \end{bmatrix}, \quad p = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.4 \\ 0.4 \end{bmatrix}, \quad \pi = \begin{bmatrix} 0.05 \\ 0.5 \\ 0.45 \end{bmatrix}.$$

      i. Donnez le vecteur des prix pour les trois actifs.
      ii. Donnez le facteur d'actualisation stochastique.
      iii. Est-ce que le marché est complet ? Est-ce qu'il y a une possibilité d'arbitrage ?
   (b) (10 points) Considérez un économie stochastique avec deux périodes. La première période est déterministe et dans la deuxième période il y a deux états du monde possibles, avec probabilités $\pi = 0.1$ et $1-\pi = 0.9$. Il y a un consommateur représentatif avec fonction d'utilité

$$U(C_t) + \delta\left[\pi U(C_{t+1,1}) + (1-\pi)U(C_{t+1,2})\right],$$

   où C_t est la consommation dans la première période, $C_{t+1,i}$ est la consommation dans la deuxième période si l'état i se produit, $i = 1, 2$. Soit $U(C) = 2C^{1/2}$ et $\delta = 0.97$. Supposez que le marché est complet. En équilibre où le consommateur maximise son utilisé sous les contraintes imposés par les prix d'actifs et sa richesse, la consommation est de $C_t = 100$, $C_{t+1,1} = 80$, $C_{t+1,2} = 102$.
      i. Donnez la facteur d'actualisation à la première période pour valoriser les paiements de la seconde période.
      ii. Quel est le prix à la première période d'un actif qui paie un dollar dans la seconde période, peu importe l'état du monde réalisé ?
      iii. Quel est le prix à la première période d'un actif qui paie un dollar dans la seconde période si le premier état se produit et rien si le deuxième état se produit ?
   (c) (5 points) Considérez le modèle d'habitude externe à la page 327 de CLM. Comment ce modèle résout (ou non) le casse-tête de la prime des actions (page 302) et/ou le casse-tête du taux sans risque (page 309) ?
   (d) (5 points) Considérez la condition de moment suivante pour estimer les paramètres δ et γ du modèle CCAPM avec utilité isoélastique :

$$E[((1 + R_{i,t+1})\delta(C_{t+1}/C_t)^{-\gamma} - 1)Z_t] = 0.$$

   Pourquoi est-ce important que Z_t soit une variable connue par le consommateur à t ?